Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2024, Extrardinaria

mentoor.es

Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) **Nuestra galaxia vecina, Andrómeda, tiene una masa de 1,5 veces la masa de la Vía Láctea. A escala galáctica, ambas se pueden considerar como dos masas puntuales.**
   i. **Justifique razonadamente si existe algún punto entre las galaxias donde se anule el campo gravitatorio originado por ambas. En caso afirmativo, determine la relación entre las distancias de ese punto a cada galaxia.**
   ii. **¿Se anula el potencial gravitatorio en algún punto entre ambas galaxias? Justifique su respuesta.**

b) **Se sitúa una masa puntual de 3 kg en el punto $A(0,-2)$ m y otra de 2 kg en el punto $B(3,0)$ m. Calcule:**
   i. **el campo gravitatorio en el origen de coordenadas, ayudándose de un esquema**
   ii. **el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.**

Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ **N m^{2}kg^{-2}**

Solución:

a) **Nuestra galaxia vecina, Andrómeda, tiene una masa de 1,5 veces la masa de la Vía Láctea. A escala galáctica, ambas se pueden considerar como dos masas puntuales.**
   i. **Justifique razonadamente si existe algún punto entre las galaxias donde se anule el campo gravitatorio originado por ambas. En caso afirmativo, determine la relación entre las distancias de ese punto a cada galaxia.**

Para que el campo gravitatorio neto se anule en un punto entre las dos galaxias, los campos gravitatorios generados por cada galaxia deben ser iguales en magnitud y opuestos en dirección.

Sea M_1 la masa de la Vía Láctea y $M_2 = 1{,}5\, M_1$ la masa de Andrómeda. Supongamos que la distancia entre ambas galaxias es d. Sea x la distancia desde la Vía Láctea hasta el punto donde se anula el campo, entonces la distancia desde Andrómeda hasta ese punto es $(d-x)$.
El campo gravitatorio generado por una masa puntual es:

$$g = G\,\frac{M}{r^2}.$$

Para que los campos se anulen:

$$G\,\frac{M_1}{x^2} = G\,\frac{M_2}{(d-x)^2}.$$

Simplificando G y sustituyendo $M_2 = 1{,}5\, M_1$:

$$\frac{M_1}{x^2} = \frac{1{,}5\, M_1}{(d-x)^2}.$$

Cancelamos M_1:

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1{,}5}{(d-x)^2}.$$

Tomamos raíces cuadradas en ambos lados:

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{1{,}5}}{d-x}.$$

Despejamos x:

$$\frac{d-x}{x} = \sqrt{1{,}5} \quad \Rightarrow \quad d-x = x\,\sqrt{1{,}5} \quad \Rightarrow \quad x\left(1+\sqrt{1{,}5}\right) = d.$$

Por lo tanto, la relación entre las distancias es:

$$\frac{x}{d} = \frac{1}{1+\sqrt{1{,}5}}, \qquad \frac{d-x}{d} = \frac{\sqrt{1{,}5}}{1+\sqrt{1{,}5}}.$$

Por lo tanto, la solución es que sí existe un punto entre las galaxias donde el campo gravitatorio se anula, y la relación entre las distancias al punto es:

$$\boldsymbol{\frac{x}{d} = \frac{1}{1+\sqrt{1{,}5}}}.$$

ii. ¿Se anula el potencial gravitatorio en algún punto entre ambas galaxias? Justifique su respuesta.

El potencial gravitatorio es una magnitud escalar y se define como:

$$V = -G\,\frac{M}{r}.$$

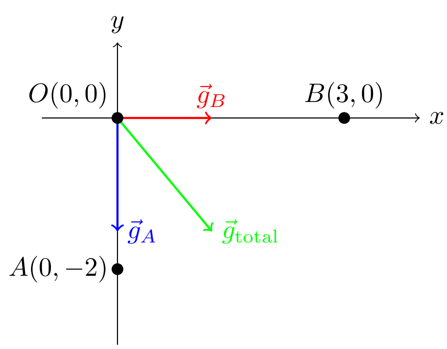
Al ser escalas negativas, al sumar los potenciales de ambas galaxias siempre obtendremos un valor negativo mayor en magnitud. No es posible que la suma de dos valores negativos dé cero.

Por lo tanto, la solución es que no existe un punto entre ambas galaxias donde el potencial gravitatorio se anule, ya que siempre será negativo.

b) Se sitúa una masa puntual de 3 kg en el punto $\boldsymbol{A(0,-2)}$ m y otra de 2 kg en el punto $\boldsymbol{B(3,0)}$ m. Calcule:

i. el campo gravitatorio en el origen de coordenadas, ayudándose de un esquema.

El esquema pedido es:



Calculamos el campo gravitatorio en el origen debido a cada masa.

Campo debido a la masa en A:

Distancia r_A:

$$r_A = \sqrt{(0-0)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{0+4} = 2\,\text{m}.$$

Dirección del campo (desde A hacia O):

$$\vec{r}_A = \frac{(0-0,\,0-(-2))}{r_A} = \left(0,\,\frac{2}{2}\right) = (0,1).$$

Campo gravitatorio:

$$\vec{g}_A = -G\,\frac{m_A}{r_A^2}\vec{r}_A = -\left(6{,}67\cdot 10^{-11}\,\text{N m}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\cdot\frac{3\,\text{kg}}{(2\,\text{m})^2}\cdot(0,1) = \left(0,-5{,}0025\cdot 10^{-11}\,\text{N kg}^{-1}\right).$$

Campo debido a la masa en B:

Distancia r_B:

$$r_B = \sqrt{(0-3)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{9+0} = 3\,\text{m}.$$

Dirección del campo (desde B hacia O):

$$\vec{r}_B = \frac{(0-3,\, 0-0)}{r_B} = \left(\frac{-3}{3},\, 0\right) = (-1, 0).$$

Campo gravitatorio:

$$\vec{g}_B = -G\,\frac{m_B}{r_B^2}\vec{r}_B = -\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ m^2\,kg^{-2}}\right) \cdot \frac{2\,\mathrm{kg}}{(3\,\mathrm{m})^2} \cdot (-1, 0) = \left(1{,}4822 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ kg^{-1}}, 0\right).$$

Campo gravitatorio total en el origen:

$$\vec{g}_{\text{total}} = \vec{g}_A + \vec{g}_B = \left(1{,}4822 \cdot 10^{-11},\, -5{,}0025 \cdot 10^{-11}\right)\ \mathrm{N\ kg^{-1}}.$$

Por lo tanto, el campo gravitatorio en el origen es:

$$\boldsymbol{\vec{g}_{\text{total}} = \left(1{,}4822 \cdot 10^{-11},\, -5{,}0025 \cdot 10^{-11}\right)\ \mathrm{N\ kg^{-1}}.}$$

ii. el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.

Potencial debido a la masa en A:

$$V_A = -G\,\frac{m_A}{r_A} = -\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ m^2\,kg^{-2}}\right) \cdot \frac{3\,\mathrm{kg}}{2\,\mathrm{m}} = -1{,}0005 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J\ kg^{-1}}.$$

Potencial debido a la masa en B:

$$V_B = -G\,\frac{m_B}{r_B} = -\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ m^2\,kg^{-2}}\right) \cdot \frac{2\,\mathrm{kg}}{3\,\mathrm{m}} = -4{,}4467 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J\ kg^{-1}}.$$

Potencial gravitatorio total en el origen:

$$V_{\text{total}} = V_A + V_B = -1{,}0005 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J\ kg^{-1}} - 4{,}4467 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J\ kg^{-1}} = -1{,}4452 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J\ kg^{-1}}.$$

Por lo tanto, el potencial gravitatorio en el origen es:

$$\boldsymbol{V_{\text{total}} = -1{,}4452 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J\ kg^{-1}}.}$$

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **Razone si son verdaderos los siguientes enunciados:**
   i. **Si sobre una partícula sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica aumenta.**
   ii. **Si sólo actúan fuerzas de rozamiento en sentido contrario al desplazamiento, la energía mecánica de una partícula aumenta.**

b) **Una masa de 5 kg se lanza hacia abajo por un plano inclinado sin rozamiento de 15° respecto de la horizontal con velocidad inicial de $3\,\mathrm{m\ s^{-1}}$. Tras recorrer 2 m a lo largo del plano inclinado llega a una superficie horizontal con rozamiento. Cuando ha recorrido 2 m sobre la superficie horizontal, su velocidad es de $1\,\mathrm{m\ s^{-1}}$.**
   i. **Represente un diagrama de las fuerzas sobre la masa en cada superficie.**
   ii. **Utilizando consideraciones energéticas, calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el recorrido descrito.**
   iii. **Calcule el coeficiente de rozamiento en el tramo horizontal.**

Dato: $g = 9{,}8\,\mathrm{m\ s^{-2}}$

Solución:

a) **Razone si son verdaderos los siguientes enunciados:**
   i. **Si sobre una partícula sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica aumenta.**

Cuando sólo actúan fuerzas conservativas sobre una partícula, la energía mecánica ($E_m = E_c + E_p$) se conserva, es decir, permanece constante a lo largo del movimiento. Las fuerzas conservativas transforman energía potencial en cinética y viceversa sin pérdida total de energía.

Por lo tanto, la afirmación es falsa, ya que la energía mecánica permanece constante, no aumenta.

   ii. **Si sólo actúan fuerzas de rozamiento en sentido contrario al desplazamiento, la energía mecánica de una partícula aumenta.**

Las fuerzas de rozamiento son fuerzas no conservativas que realizan trabajo negativo cuando actúan en sentido contrario al desplazamiento. Este trabajo negativo reduce la energía cinética de la partícula y, por tanto, disminuye su energía mecánica total.

Por lo tanto, la afirmación es falsa, ya que la energía mecánica disminuye debido al trabajo negativo de las fuerzas de rozamiento.

b) **Una masa de 5 kg se lanza hacia abajo por un plano inclinado sin rozamiento de 15° respecto de la horizontal con velocidad inicial de $3\,\mathrm{m\ s^{-1}}$. Tras recorrer 2 m a lo largo del plano inclinado llega a una superficie horizontal con rozamiento. Cuando ha recorrido 2 m sobre la superficie horizontal, su velocidad es de $1\,\mathrm{m\ s^{-1}}$.**
   i. **Represente un diagrama de las fuerzas sobre la masa en cada superficie.**

Diagrama de fuerzas en el plano inclinado sin rozamiento:

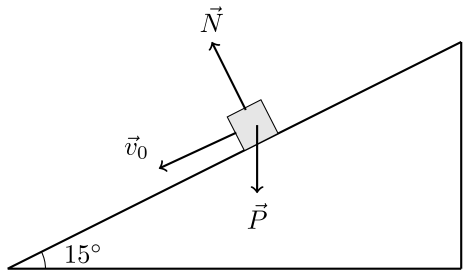
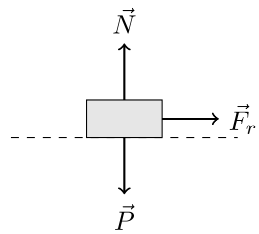


Diagrama de fuerzas en la superficie horizontal con rozamiento:



ii. Utilizando consideraciones energéticas, calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el recorrido descrito.

Calculamos la energía mecánica inicial y final para determinar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
Altura descendida en el plano inclinado:

$$\Delta h = L \cdot \sin\theta = 2\,\mathrm{m} \cdot \sin 15^\circ = 2\,\mathrm{m} \cdot 0{,}2588 = 0{,}5176\,\mathrm{m}.$$

Energía inicial (E_i):

$$E_i = E_{p_i} + E_{p_i} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i.$$

Tomando $h_i = 0{,}5176\,\mathrm{m}$ y $v_i = 3\,\mathrm{m\ s^{-1}}$:

$$E_i = \frac{1}{2} \cdot 5\,\mathrm{kg} \cdot (3\,\mathrm{m\ s^{-1}})^2 + 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m\ s^{-2}} \cdot 0{,}5176\,\mathrm{m} = 47{,}896\,\mathrm{J}.$$

Energía final (E_f):

$$E_f = E_{p_f} + E_{p_f} = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f.$$

Tomando $h_f = 0\,\mathrm{m}$ y $v_f = 1\,\mathrm{m\ s^{-1}}$:

$$E_f = \frac{1}{2} \cdot 5\,\mathrm{kg} \cdot (1\,\mathrm{m\ s^{-1}})^2 + 0 = 2{,}5\,\mathrm{J}.$$

Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento (W_{F_r}):

$$W_{F_r} = E_f - E_i = 2{,}5\,\mathrm{J} - 47{,}896\,\mathrm{J} = -45{,}396\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es $W_{F_r} = -45{,}40\,\mathrm{J}$.

iii. Calcule el coeficiente de rozamiento en el tramo horizontal.

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{F_r} = -F_r \cdot d = -\mu N \cdot d,$$

donde:
* $F_r = \mu N$ es la fuerza de rozamiento,
* $N = mg$ es la normal en la superficie horizontal,
* $d = 2\,\mathrm{m}$ es la distancia recorrida en la superficie horizontal.

Despejamos μ:

$$\mu = -\frac{W_{F_r}}{mgd}.$$

Sustituimos los valores:

$$\mu = -\frac{-45{,}396\,\mathrm{J}}{5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m\ s^{-2}} \cdot 2\,\mathrm{m}} = 0{,}4632.$$

Por lo tanto, el coeficiente de rozamiento es $\boldsymbol{\mu = 0{,}463}$.

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

a) **Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **En una espira circular de radio R, situada con su plano perpendicular a un campo magnético de módulo $B(t) = at + b$, siendo a y b constantes y t el tiempo, se induce una fuerza electromotriz constante.**
   ii. **Cuando se sitúa una espira en reposo en el seno de un campo magnético variable con el tiempo, siempre se induce una fuerza electromotriz.**

b) **Una espira circular de 20 cm de radio está situada en el plano XY en una región en la que hay un campo magnético variable en el tiempo $B(t) = 3t^2 - 2t$ (S.I.) en sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Obtenga la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**
   ii. **Calcule la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s.**
   iii. **Razone el sentido de la corriente inducida en la espira.**

Solución:

a) **Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **En una espira circular de radio R, situada con su plano perpendicular a un campo magnético de módulo $B(t) = at + b$, siendo a y b constantes y t el tiempo, se induce una fuerza electromotriz constante.**

La fuerza electromotriz inducida en una espira está dada por la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

El flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi = B(t) \cdot A,$$

donde A es el área de la espira y es constante. Si $B(t) = at + b$, entonces:

$$\Phi = (at + b) \cdot A.$$

La derivada del flujo respecto al tiempo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = aA.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -aA.$$

Como a y A son constantes, $\mathcal{E}$ es constante.

Por lo tanto, la afirmación es verdadera, ya que se induce una fuerza electromotriz constante.

   ii. **Cuando se sitúa una espira en reposo en el seno de un campo magnético variable con el tiempo, siempre se induce una fuerza electromotriz.**

Según la ley de Faraday, una fuerza electromotriz se induce cuando hay una variación del flujo magnético con el tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Si la espira está en reposo y el campo magnético varía con el tiempo, entonces el flujo magnético también varía, y se induce una fuerza electromotriz en la espira.

Por lo tanto, la afirmación es verdadera, ya que siempre se induce una fuerza electromotriz en estas condiciones.

b) Una espira circular de 20 cm de radio está situada en el plano XY en una región en la que hay un campo magnético variable en el tiempo $B(t) = 3t^2 - 2t$ (S.I.) en sentido negativo del eje OZ.

i. Obtenga la expresión del flujo magnético en función del tiempo.

El flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot A \cdot \cos\theta.$$

Dado que la espira está en el plano XY y el campo magnético está en sentido negativo del eje OZ, el ángulo entre el campo y el vector normal a la espira es $\theta = 180°$, por lo que $\cos\theta = -1$. El área de la espira es:

$$A = \pi R^2 = \pi(0{,}20\,\mathrm{m})^2 = \pi \cdot 0{,}04\,\mathrm{m}^2 = 0{,}04\pi\,\mathrm{m}^2.$$

Entonces, el flujo magnético es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot A \cdot \cos\theta = B(t) \cdot A \cdot (-1) = -B(t) \cdot A.$$

Sustituyendo $B(t)$ y A:

$$\Phi(t) = -[3t^2 - 2t] \cdot 0{,}04\pi\,\mathrm{Wb} = -0{,}04\pi(3t^2 - 2t)\,\mathrm{Wb}.$$

Por lo tanto, la expresión del flujo magnético en función del tiempo es:

$$\boldsymbol{\Phi(t) = -0{,}04\pi(3t^2 - 2t)\,\mathrm{Wb}.}$$

ii. Calcule la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s.

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo magnético respecto al tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\left(-0{,}04\pi(3t^2 - 2t)\right) = -\left(-0{,}04\pi \cdot (6t - 2)\right) = 0{,}04\pi(6t - 2)\,\mathrm{V}.$$

Para $t = 2$ s:

$$\mathcal{E} = 0{,}04\pi[6 \cdot 2 - 2] = 0{,}04\pi(12 - 2) = 0{,}04\pi \cdot 10 = 0{,}4\pi\,\mathrm{V}.$$

Evaluamos numéricamente:

$$\mathcal{E} = 0{,}4 \cdot 3{,}1416 = 1{,}2566\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s es aproximadamente 1,26 V.

iii. Razone el sentido de la corriente inducida en la espira.

Según la ley de Lenz, la corriente inducida en la espira se opone al cambio de flujo magnético que la produce.

El campo magnético $B(t)$ está en sentido negativo del eje OZ, y su magnitud está dada por:

$$B(t) = 3t^2 - 2t.$$

Calculamos la derivada del campo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{dB}{dt} = 6t - 2.$$

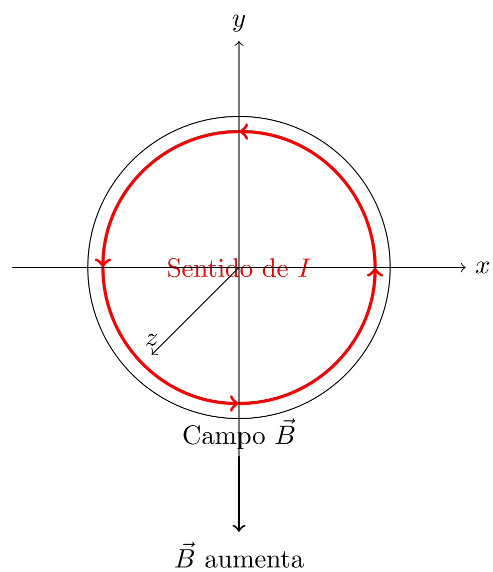
Para $t = 2$ s:

$$\frac{dB}{dt} = 6 \cdot 2 - 2 = 12 - 2 = 10\,\mathrm{T\,s^{-1}}.$$

Como $\frac{dB}{dt} > 0$, el campo magnético negativo está aumentando en magnitud (haciéndose más negativo), lo que significa que el flujo magnético negativo a través de la espira está aumentando.

Para oponerse a este incremento del flujo magnético negativo, la corriente inducida generará un campo magnético en dirección positiva del eje OZ (hacia arriba).

Utilizando la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente inducida debe ser antihorario visto desde arriba (eje positivo OZ).



Por lo tanto, la corriente inducida en la espira circula en sentido antihorario visto desde el eje positivo OZ.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) **Un electrón que se mueve en línea recta penetra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico y un campo magnético perpendiculares entre sí. Explique la relación que debe existir entre los campos y la velocidad para que la partícula continúe en trayectoria rectilínea.**

b) **Por dos conductores rectilíneos muy largos, paralelos y separados por una distancia de 2 m circulan corrientes eléctricas de 1 y 3 A. Determine, apoyándose en un esquema, a qué distancia del primer hilo se anula el campo magnético en los siguientes casos:**

   i. **las dos corrientes van en el mismo sentido.**

   ii. **las corrientes van en sentidos opuestos.**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ **T m A**$^{-1}$

Solución:

a) **Un electrón que se mueve en línea recta penetra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico y un campo magnético perpendiculares entre sí. Explique la relación que debe existir entre los campos y la velocidad para que la partícula continúe en trayectoria rectilínea.**

Para que el electrón continúe en línea recta, la fuerza neta que actúa sobre él debe ser cero. Las fuerzas que actúan son:

- Fuerza eléctrica: $\vec{F}_E = q\vec{E}$
- Fuerza magnética: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Recordemos que q es la carga del electrón ($q = -e$), $\vec{E}$ es el campo eléctrico, $\vec{v}$ es la velocidad del electrón y $\vec{B}$ es el campo magnético. Para que $\vec{F}_{\text{net}} = 0$:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0 \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0.$$

Dividiendo ambos lados por q (no nulo):

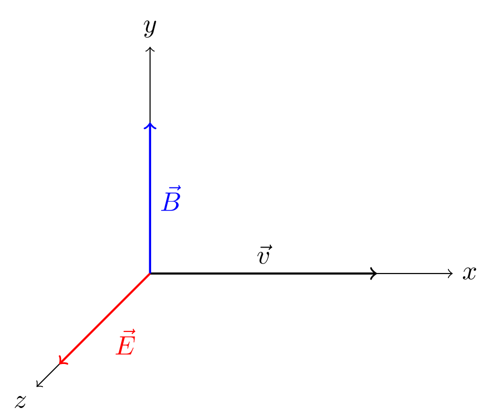
$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0.$$

Despejando el campo eléctrico:

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}.$$

Dado que $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, y $\vec{v}$ también es perpendicular a $\vec{B}$ (por el producto cruz), la magnitud del campo eléctrico es:

$$E = vB\sin\theta.$$



Como $\theta = 90^\circ$, entonces $\sin 90^\circ = 1$:

$$E = vB.$$

Por lo tanto, la relación necesaria es:

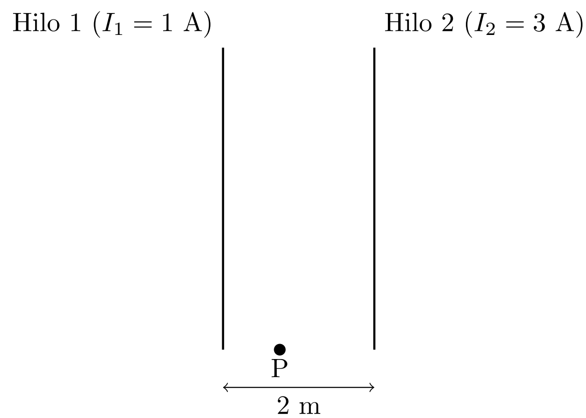
– **El campo eléctrico debe ser igual en magnitud al producto de la velocidad por el campo magnético:** $\boldsymbol{E = vB}$

– **El campo eléctrico debe estar en dirección opuesta al producto cruz** $\vec{v} \times \vec{B}$**.**

b) **Por dos conductores rectilíneos muy largos, paralelos y separados por una distancia de 2 m circulan corrientes eléctricas de 1 y 3 A. Determine, apoyándose en un esquema, a qué distancia del primer hilo se anula el campo magnético en los siguientes casos:**

i. las dos corrientes van en el mismo sentido.

Representamos la situación:



Consideremos un punto P a una distancia x del Hilo 1. El campo magnético creado por un conductor rectilíneo infinito en un punto a distancia r es:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}.$$

Los campos magnéticos en P debido a los dos hilos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x}, \quad B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d-x},$$

donde $d = 2$ m es la separación entre los hilos. Para corrientes en el mismo sentido, los campos magnéticos se oponen entre sí en la región entre los hilos. Por lo tanto, para que el campo magnético total sea cero en algún punto entre los hilos:

$$B_1 = B_2.$$

Sustituyendo:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d-x}.$$

Simplificando $\frac{\mu_0}{2\pi}$:

$$\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d-x}.$$

Despejamos x:

$$I_1(d-x) = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 d - I_1 x = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 d = x(I_1+I_2) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{I_1 d}{I_1+I_2}.$$

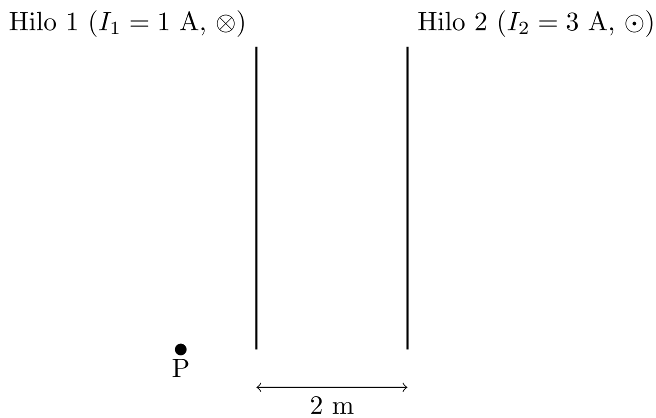
Sustituyendo los valores:

$$x = \frac{1\,\mathrm{A}\cdot 2\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{A}+3\,\mathrm{A}} = \frac{2\,\mathrm{A\ m}}{4\,\mathrm{A}} = 0{,}5\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la solución es que el campo magnético se anula a una distancia de 0,5 m del primer hilo, entre los dos hilos.

ii. las corrientes van en sentidos opuestos.

Representamos nuevamente la situación:



En este caso, las corrientes van en sentidos opuestos. Los campos magnéticos se anulan en un punto externo a los hilos, del lado del hilo con la corriente menor (I_1). Supongamos que el punto P está a una distancia x del Hilo 1, en el lado opuesto al Hilo 2. Las distancias serían:

$$r_1 = x, \quad r_2 = x + d.$$

Igualando los campos magnéticos:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{x+d}.$$

Simplificando:

$$\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{x+d}.$$

Despejamos x:

$$I_1(x+d) = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 x + I_1 d = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 d = (I_2 - I_1)x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{I_1 d}{I_2 - I_1}.$$

Sustituyendo los valores:

$$x = \frac{1\,\mathrm{A}\cdot 2\,\mathrm{m}}{3\,\mathrm{A}-1\,\mathrm{A}} = \frac{2\,\mathrm{A\ m}}{2\,\mathrm{A}} = 1\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la solución es que el campo magnético se anula a una distancia de 1 m del primer hilo, en el lado opuesto al segundo hilo.

Pregunta C. Opción 1. Óptica

a) **i. Construya la imagen formada en un espejo cóncavo para un objeto situado a una distancia del espejo mayor que su radio de curvatura, explicando el trazado de rayos correspondiente.**
ii. Indique y justifique las características de la imagen.

b) **Un objeto de 4 cm se sitúa a 36 cm de una lente delgada convergente de distancia focal 12 cm.**
i. Calcule la posición y el tamaño de la imagen, indicando el criterio de signos aplicado.
ii. Realice el trazado de rayos e indique las características de la imagen.

Solución:

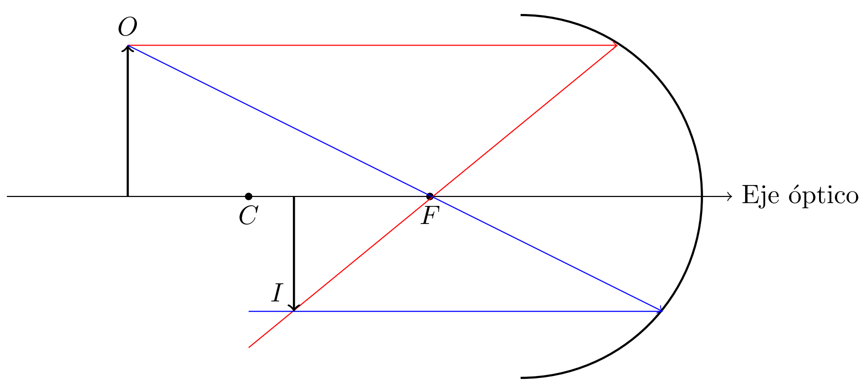
a) **i. Construya la imagen formada en un espejo cóncavo para un objeto situado a una distancia del espejo mayor que su radio de curvatura, explicando el trazado de rayos correspondiente.**

Cuando un objeto se coloca más allá del centro de curvatura (C) de un espejo cóncavo (es decir, a una distancia mayor que el radio de curvatura), la imagen formada es real, invertida y de tamaño menor que el objeto, y se ubica entre el foco (F) y el centro de curvatura (C).

Para construir la imagen, trazamos los siguientes tres rayos característicos:

∗ *Rayo paralelo al eje óptico*: Un rayo que sale del extremo superior del objeto y es paralelo al eje óptico. Después de reflejarse en el espejo, pasa por el foco (F).
∗ *Rayo que pasa por el foco*: Un rayo que sale del extremo superior del objeto y pasa por el foco antes de llegar al espejo. Después de reflejarse, se vuelve paralelo al eje óptico.

Diagrama:



Por lo tanto, mediante el trazado de los rayos característicos, obtenemos la posición y características de la imagen formada por el espejo cóncavo.

ii. Indique y justifique las características de la imagen.

Las características de la imagen formada son:

∗ *Posición:* La imagen se forma entre el foco (F) y el centro de curvatura (C), más cerca del centro de curvatura.
∗ *Naturaleza:* Real, porque los rayos reflejados convergen realmente en el punto donde se forma la imagen.
∗ *Orientación:* Invertida respecto al objeto.
∗ *Tamaño:* Menor que el objeto (imagen reducida).

Estas características se justifican por el trazado de rayos y las leyes de reflexión en espejos cóncavos cuando el objeto está situado más allá del centro de curvatura.

Por lo tanto, la imagen es real, invertida y de menor tamaño, ubicada entre F y C.

b) **Un objeto de 4 cm se sitúa a 36 cm de una lente delgada convergente de distancia focal 12 cm.**

i. **Calcule la posición y el tamaño de la imagen, indicando el criterio de signos aplicado.**

Recordemos el criterio de signos:

* *Distancia focal (f'):* Positiva para lentes convergentes.
* *Distancia del objeto (s):* Negativa si el objeto está situado a la izquierda de la lente.
* *Distancia de la imagen (s'):* Positiva si la imagen se forma a la derecha de la lente (imagen real), negativa si se forma a la izquierda (imagen virtual).
* *Altura del objeto (y):* Positiva si está por encima del eje óptico.
* *Altura de la imagen (y'):* Positiva si está por encima del eje óptico, negativa si está por debajo.

Datos:

$$f' = +12\,\text{cm}, \quad s = -36\,\text{cm}, \quad y = +4\,\text{cm}.$$

Usamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}.$$

Despejamos $\frac{1}{s'}$:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s}.$$

Sustituimos los valores:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{12\,\text{cm}} + \frac{1}{-36\,\text{cm}} = \frac{3}{36\,\text{cm}} - \frac{1}{36\,\text{cm}} = \frac{2}{36\,\text{cm}}.$$

Simplificamos:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{18\,\text{cm}} \quad \Rightarrow \quad s' = +18\,\text{cm}$$

La imagen se forma a 18 cm de la lente, en el lado opuesto al objeto. Calculamos el aumento lateral (m):

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{18\,\text{cm}}{-36\,\text{cm}} = -\frac{1}{2}$$

Entonces,

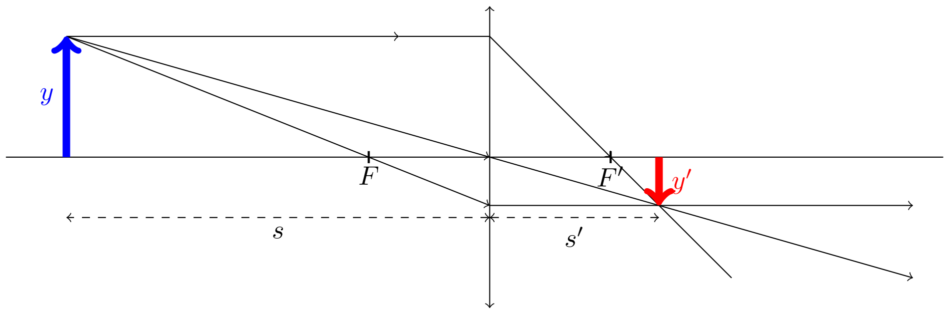
$$y' = m \cdot y = -\frac{1}{2} \cdot 4\,\text{cm} = -2\,\text{cm}$$

El signo negativo indica que la imagen está invertida respecto al objeto.

Por lo tanto, la imagen se forma a 18 cm de la lente, es real, invertida y mide 2 cm de altura.

ii. **Realice el trazado de rayos e indique las características de la imagen.**

El trazado de rayos pedidos es:



Por lo tanto, la imagen es real, invertida y más pequeña que el objeto, situada a 18 cm de la lente en el lado opuesto al objeto.

Pregunta C. Opción 2. Ondas

a) **Explique las diferencias entre ondas longitudinales y ondas transversales, proporcionando un ejemplo representativo de cada tipo.**

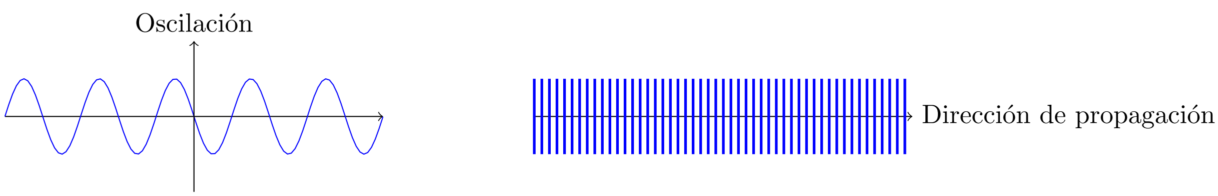
b) **Considere un oleaje que se propaga en el sentido positivo del eje OX. Una boya, situada en $x = 10$ m, describe una oscilación armónica vertical con una amplitud de 0,4 m y un periodo de 2 segundos. La velocidad de propagación de las olas en la superficie del mar es de $0,5\,\mathrm{m\ s^{-1}}$. Determine razonadamente:**
   i. **la longitud de onda de las olas.**
   ii. **la ecuación de onda, asumiendo que, en el instante inicial $t = 0$ s, la altura de la boya es máxima.**
   iii. **la velocidad máxima de oscilación de la boya.**

Solución:

a) **Explique las diferencias entre ondas longitudinales y ondas transversales, proporcionando un ejemplo representativo de cada tipo.**

Las ondas longitudinales son aquellas en las que las partículas del medio oscilan en la misma dirección que la propagación de la onda. Un ejemplo típico es el *sonido en el aire*, donde las moléculas se comprimen y expanden en la dirección de propagación.

Las ondas transversales son aquellas en las que las partículas del medio oscilan en dirección perpendicular a la propagación de la onda. Un ejemplo representativo es la *onda en una cuerda*, donde la perturbación se mueve hacia arriba y abajo mientras la onda se propaga horizontalmente.



Onda Transversal   Onda Longitudinal

Por lo tanto, la principal diferencia radica en la dirección de oscilación de las partículas respecto a la dirección de propagación de la onda.

b) **Considere un oleaje que se propaga en el sentido positivo del eje OX. Una boya, situada en $x = 10$ m, describe una oscilación armónica vertical con una amplitud de 0,4 m y un periodo de 2 segundos. La velocidad de propagación de las olas en la superficie del mar es de $0,5\,\mathrm{m\ s^{-1}}$. Determine razonadamente:**
   i. **la longitud de onda de las olas.**

La longitud de onda λ se relaciona con la velocidad de propagación v y el periodo T mediante la ecuación:

$$\lambda = v \cdot T$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\lambda = (0,5\,\mathrm{m\ s^{-1}}) \cdot (2\,\mathrm{s}) = 1\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda de las olas es $\boldsymbol{\lambda = 1}$ m.

ii. la ecuación de onda, asumiendo que, en el instante inicial $t = 0$ s, la altura de la boya es máxima.

La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje x es:

$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \varphi),$$

donde:
* A es la amplitud,
* k es el número de onda, dado por $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$,
* ω es la frecuencia angular, dada por $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$,
* φ es la fase inicial.

Calculamos k y ω:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1{,}0\,\mathrm{m}} = 2\pi\,\mathrm{m}^{-1},$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\,\mathrm{s}} = \pi\,\mathrm{s}^{-1}.$$

Como la boya está en $x = 10$ m y alcanza su altura máxima en $t = 0$ s, entonces:

$$y(10\,\mathrm{m}, 0\,\mathrm{s}) = A.$$

Entonces,

$$A = A \cdot \sin(k \cdot 10\,\mathrm{m} + \varphi) \quad \Rightarrow \quad 1 = \sin(20\pi + \varphi).$$

Sabemos que $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 1$, donde n es un entero. Entonces, podemos ajustar la fase inicial a $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$, ya que las funciones seno son periódicas cada 2π. La ecuación de la onda es:

$$y(x,t) = 0{,}4\,\mathrm{m} \cdot \sin\left(2\pi\,\mathrm{m}^{-1} \cdot x - \pi\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Utilizando la identidad $\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$, la ecuación puede simplificarse:

$$y(x,t) = 0{,}4\,\mathrm{m} \cdot \cos\left(2\pi\,\mathrm{m}^{-1} \cdot x - \pi\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t\right).$$

Por lo tanto, la ecuación de la onda es:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 0{,}4\,\mathrm{m} \cdot \cos\left(2\pi\,\mathrm{m}^{-1} \cdot x - \pi\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t\right).}$$

iii. la velocidad máxima de oscilación de la boya.

La velocidad transversal de oscilación es la derivada parcial de $y(x,t)$ respecto al tiempo:

$$v_y(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \cdot \sin(kx - \omega t).$$

La velocidad máxima ocurre cuando $\sin(kx - \omega t) = \pm 1$:

$$v_{\text{máx}} = A\omega = 0{,}4\,\mathrm{m} \cdot \pi\,\mathrm{s}^{-1} = 1{,}2566\,\mathrm{m\ s}^{-1}.$$

Por lo tanto, la velocidad máxima de oscilación de la boya es aproximadamente $\mathbf{1{,}26\,m\ s^{-1}}$.

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) **Razone si las siguientes afirmaciones son correctas:**
   i. **La energía de los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado es la misma que la de los fotones absorbidos por dicho metal.**
   ii. **Si se irradia un metal con luz blanca, produciéndose el efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, la mayor energía cinética corresponderá a los fotoelectrones emitidos por las componentes espectrales de la región del rojo.**

b) **Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz se emiten electrones cuyo potencial de frenado es de 7,20 V. A continuación, se ilumina con otra luz de longitud de onda $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ m y el potencial disminuye a 3,75 V. Determine razonadamente:**
   i. **el valor de la constante de Planck.**
   ii. **el trabajo de extracción del metal.**

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

a) **Razone si las siguientes afirmaciones son correctas:**
   i. **La energía de los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado es la misma que la de los fotones absorbidos por dicho metal.**

En el efecto fotoeléctrico, la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos se determina mediante la ecuación:

$$E_{c_{\max}} = h\nu - W,$$

donde:
- $E_{c_{\max}}$ es la energía cinética máxima de los fotoelectrones,
- h es la constante de Planck,
- ν es la frecuencia de la luz incidente,
- W es el trabajo de extracción del metal.

Esto implica que parte de la energía del fotón ($h\nu$) se utiliza para superar el trabajo de extracción (W), y el resto se convierte en energía cinética del fotoelectrón. Por lo tanto, la energía de los fotoelectrones es *menor* que la de los fotones absorbidos.

Por lo tanto, la afirmación es incorrecta.

   ii. **Si se irradia un metal con luz blanca, produciéndose el efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, la mayor energía cinética corresponderá a los fotoelectrones emitidos por las componentes espectrales de la región del rojo.**

La luz blanca contiene todas las frecuencias del espectro visible. La energía cinética máxima de los fotoelectrones está dada por:

$$E_{c_{\max}} = h\nu - W$$

Como h y W son constantes para el metal, $E_{c_{\max}}$ depende directamente de la frecuencia ν de la luz incidente. Las componentes espectrales de la región del *violeta* tienen mayor frecuencia que las del *rojo*. Por lo tanto, las componentes violetas producirán fotoelectrones con mayor energía cinética.

Por lo tanto, la afirmación es incorrecta.

b) **Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5\cdot 10^{15}$ Hz se emiten electrones cuyo potencial de frenado es de 7,20 V. A continuación, se ilumina con otra luz de longitud de onda $1{,}8\cdot 10^{-7}$ m y el potencial disminuye a 3,75 V. Determine razonadamente:**

i. **el valor de la constante de Planck.**

Datos de la primera situación:

* Frecuencia: $\nu_1 = 2{,}5\cdot 10^{15}\,\text{Hz}$
* Potencial de frenado: $V_1 = 7{,}20\,\text{V}$

Datos de la segunda situación:

* Longitud de onda: $\lambda_2 = 1{,}8\cdot 10^{-7}\,\text{m}$
* Potencial de frenado: $V_2 = 3{,}75\,\text{V}$

Calculamos la frecuencia en la segunda situación:

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3\cdot 10^8\,\text{m s}^{-1}}{1{,}8\cdot 10^{-7}\,\text{m}} = 1{,}6667\cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Aplicamos la ecuación del efecto fotoeléctrico para ambas situaciones:

$$h\nu_1 = W + eV_1,$$
$$h\nu_2 = W + eV_2.$$

Restamos ambas ecuaciones para eliminar el trabajo de extracción W:

$$h(\nu_1 - \nu_2) = e(V_1 - V_2).$$

Despejamos h:

$$h = \frac{e(V_1 - V_2)}{\nu_1 - \nu_2}.$$

Sustituimos los valores conocidos:

$$h = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19}\,\text{C})\cdot(7{,}20\,\text{V} - 3{,}75\,\text{V})}{(2{,}5\cdot 10^{15}\,\text{Hz}) - (1{,}6667\cdot 10^{15}\,\text{Hz})} = 6{,}624\cdot 10^{-34}\,\text{J s}.$$

Por lo tanto, el valor de la constante de Planck es $h = 6{,}624\cdot 10^{-34}$ J s.

ii. **el trabajo de extracción del metal.**

Usamos la ecuación del efecto fotoeléctrico en una de las situaciones, por ejemplo, la primera:

$$W = h\nu_1 - eV_1.$$

Calculamos $h\nu_1$:

$$h\nu_1 = (6{,}624\cdot 10^{-34}\,\text{J s})\cdot(2{,}5\cdot 10^{15}\,\text{Hz}) = 16{,}56\cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Calculamos eV_1:

$$eV_1 = (1{,}6\cdot 10^{-19}\,\text{C})\cdot(7{,}20\,\text{V}) = 11{,}52\cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, el trabajo de extracción es:

$$W = 16{,}56\cdot 10^{-19}\,\text{J} - 11{,}52\cdot 10^{-19}\,\text{J} = 5{,}04\cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Si lo expresamos en electronvoltios:

$$W = \frac{5{,}04\cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}} = 3{,}15\,\text{eV}.$$

Por lo tanto, el trabajo de extracción del metal es $W = 5{,}04\cdot 10^{-19}$ J o $W = 3{,}15$ eV.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) **Explique razonadamente el concepto de defecto de masa, su expresión matemática y su relación con la estabilidad de un núcleo atómico.**

b) i. **Calcule la energía de enlace por nucleón para los nucleidos ${}^{1}_{3}\mathrm{H}$ y ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$.**

ii. **Indique razonadamente cuál de ellos es más estable.**

Datos: $m({}^{1}_{3}\mathrm{H}) = 3{,}016049\,\mathrm{u}$; $m({}^{3}_{2}\mathrm{He}) = 3{,}016029\,\mathrm{u}$; $m_n = 1{,}008665\,\mathrm{u}$; $m_p = 1{,}007276\,\mathrm{u}$; $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m\ s^{-1}}$; $1\,\mathrm{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Solución:

a) **Explique razonadamente el concepto de defecto de masa, su expresión matemática y su relación con la estabilidad de un núcleo atómico.**

El *defecto de masa* es la diferencia entre la suma de las masas de los protones y neutrones individuales y la masa real del núcleo atómico. Se expresa matemáticamente como:

$$\Delta m = Z m_p + N m_n - m_{\text{núcleo}},$$

donde:

- Z es el número de protones,
- N es el número de neutrones,
- m_p es la masa del protón,
- m_n es la masa del neutrón,
- $m_{\text{núcleo}}$ es la masa del núcleo.

Este defecto de masa ocurre porque, al formarse el núcleo, parte de la masa de los nucleones se convierte en energía de enlace, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2.$$

La energía de enlace es la energía liberada al unir los nucleones y es una medida de la estabilidad del núcleo. Un núcleo con mayor energía de enlace por nucleón es más estable, ya que requiere más energía para descomponerse. Así, el defecto de masa está directamente relacionado con la estabilidad nuclear.

Por lo tanto, el defecto de masa es esencial para comprender la estabilidad de los núcleos atómicos.

b) i. **Calcule la energía de enlace por nucleón para los nucleidos ${}^{1}_{3}\mathrm{H}$ y ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$.**

Para el Tritio (${}^{1}_{3}\mathrm{H}$):

Número de protones: $Z = 1$.
Número de neutrones: $N = A - Z = 3 - 1 = 2$.
Calculamos el defecto de masa:

$$\Delta m_{\text{Tritio}} = Z m_p + N m_n - m_{\text{Tritio}} = (1 \cdot 1{,}007276\,\mathrm{u}) + (2 \cdot 1{,}008665\,\mathrm{u}) - 3{,}016049\,\mathrm{u}.$$

Operando:

$$\Delta m_{\text{Tritio}} = 0{,}008557\,\mathrm{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m_{\text{Tritio}} = 0{,}008557\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 1{,}4215 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}.$$

Calculamos la energía de enlace total:

$$E_{\text{enlace, Tritio}} = \Delta m_{\text{Tritio}} \cdot c^2 = (1{,}4215 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}) \cdot (3 \cdot 10^8\ \mathrm{m\ s^{-1}})^2 = 12{,}7935 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}.$$

Calculamos la energía de enlace por nucleón:

$$E_{\text{enlace por nucleón, Tritio}} = \frac{E_{\text{enlace, Tritio}}}{A} = \frac{12{,}7935 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{3} = 4{,}2645 \cdot 10^{-13}\,\text{J}.$$

Para el Helio-3 ($^3_2$He):
Número de protones: $Z = 2$
Número de neutrones: $N = 3 - 2 = 1$
Calculamos el defecto de masa:

$$\Delta m_{\text{Helio}} = Zm_p + Nm_n - m_{\text{Helio}} = (2 \cdot 1{,}007276\,\text{u}) + (1 \cdot 1{,}008665\,\text{u}) - 3{,}016029\,\text{u}.$$

Operando:

$$\Delta m_{\text{Helio}} = 0{,}007188\,\text{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m_{\text{Helio}} = 0{,}007188\,\text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 1{,}1932 \cdot 10^{-29}\,\text{kg}.$$

Calculamos la energía de enlace total:

$$E_{\text{enlace, Helio}} = \Delta m_{\text{Helio}} \cdot c^2 = (1{,}1932 \cdot 10^{-29}\,\text{kg}) \cdot (3 \cdot 10^8\,\text{m s}^{-1})^2 = 10{,}7388 \cdot 10^{-13}\,\text{J}.$$

Calculamos la energía de enlace por nucleón:

$$E_{\text{enlace por nucleón, Helio}} = \frac{E_{\text{enlace, Helio}}}{A} = \frac{10{,}7388 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{3} = 3{,}5796 \cdot 10^{-13}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, las energías de enlace por nucleón son:
* **Tritio: $4{,}2645 \cdot 10^{-13}$ J/nucleón**
* **Helio-3: $3{,}5796 \cdot 10^{-13}$ J/nucleón**

ii. Indique razonadamente cuál de ellos es más estable.

La estabilidad de un núcleo atómico se relaciona directamente con su energía de enlace por nucleón: a mayor energía de enlace por nucleón, mayor estabilidad. Como el Tritio tiene una energía de enlace por nucleón mayor que la del Helio-3, el Tritio es más estable que el Helio-3.

Por lo tanto, el Tritio es más estable que el Helio-3 debido a su mayor energía de enlace por nucleón.